Эволюционный алгоритм для двухкритериальной задачи составления расписаний выполнения заказов клиентов

Захаров А.О.

Семинар "Модели и алгоритмы для задач составления расписаний"

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-71-10015.

Постановка задачи

Входные данные

m количество заказов (клиентов)

n количество продуктов

$p_{ij} \geq 0$ длительность прозводства продукта j для заказа i

$s_{jj'} \geq 0$ длительность переналадки с продукта j на продукт j'

$s'_j \geq 0$ длительность начальной переналадки для продукта j

$d_i > 0$ директивный срок заказа i

$q_i > 0$ вес заказа i

Представление решения

Перестановка множества операций - пар "заказ, продукт" (i, j), $i = 1, \ldots, m$, $j = 1, \ldots, n$. Операции выполняются без прерываний.

Предыдущие исследования

Hazir, O., Gunalay, Y., Erel, E. (2008). Customer order scheduling problem: a comparative metaheuristics study. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 37, 589-598.

Erel, E., Ghosh, J. B. (2007). Customer order scheduling on a single machine with family setup times: Complexity and algorithms. Applied Mathematics and Computation, 185(1), 11-18.

Cetinkaya, F. C., Yeloglu, P., Catmakas, H. A. (2021). Customer order scheduling with job-based processing on a single-machine to minimize the total completion time.

Предыдущие исследования

B.M.T. Lin, A.V. Kononov (2007) Customer order scheduling to minimize the number of late jobs, Euro J Oper Res

Bruno de Athayde Prata, Carlos Diego Rodrigues, Jose Manuel Framinan (2021) Customer order scheduling problem to minimize makespan with sequence-dependent setup times, Comput & Ind Engin

Z. Shi, L. Wang, P. Liu and L. Shi (2017) Minimizing Completion Time for Order Scheduling: Formulation and Heuristic Algorithm, IEEE Transactions on Automation Science and Engineering

Jose M. Framinan, Paz Perez-Gonzalez (2017) New approximate algorithms for the customer order scheduling problem with total completion time objective, Comp & Oper Res

Модель ЦЛП

$M = \{1, \dots, m\}$, $N = \{1, \dots, n\}$, $K = \{1, \dots, nm\}$.
Операция $o = (i, j)$. Множество всех операций обозначим через O.

$$x_{ok} = \begin{cases} 1, & \text{если операция } o \in O \text{ находится в позиции } k \in K, \\ 0 & \text{иначе}, \end{cases}$$

$$t_k^f \geq 0 \text{ – момент завершения операции в позиции } k \in K,$$

$$T_i \geq 0 \text{ – момент завершения выполнения заказа } i \in M,$$

$$k \in K, \ o \in O, \ i \in M.$$

Модель ЦЛП

Ограничения

$$\sum_{k \in K} x_{ok} = 1,\ o \in O, \tag{1}$$

$$\sum_{o \in O} x_{ok} = 1,\ k \in K, \tag{2}$$

$$t_1^f \geq \sum_{o \in O} x_{o1}(p_o + s'_o), \tag{3}$$

$$t_k^f \geq t_{k-1}^f + p_o + \sum_{o' \in O} x_{o',k-1} s_{o'o} - H(1 - x_{ok}), \tag{4}$$

$$k = 2, \ldots, nm,\ o \in O,$$

$$T_i \geq t_k^f - H(1 - x_{ok}),\ k \in K,\ o \in O, \tag{5}$$

$$T_i \geq 0,\ t_k^f \geq 0,\ x_{ok} \in \{0, 1\},\ i \in M,\ k \in K, o \in O. \tag{6}$$

Критерии

Сумма моментов завершения заказов

$\sum_{i=1}^{m} T_i$

Сумма весов заказов

$\sum_{T_i \leqslant d_i} q_i$

Момент завершения последнего заказа

$\max_{i=1,\ldots,m} T_i$

Двухкритериальная задача

Критерий

$f = (f_1, f_2)$
$f_1 = \sum_{i \in M} T_i \ (C_{\text{sum}}), \quad f_2 = \max_{i \in M} T_i \ (C_{\max})$

Множество допустимых решений

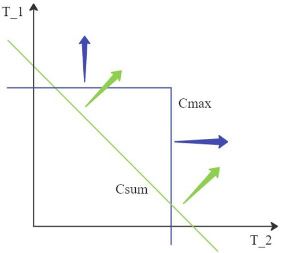
$X = \{x_{ok} \in \{0, 1\} \mid \forall o \in O, \forall k \in K : (1)\text{–}(6)\}.$
$Y = f(X)$

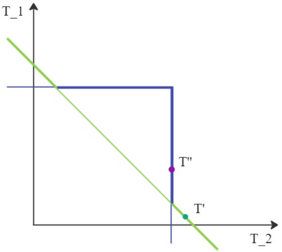
Множество Парето

$P(Y) = \{y^* \in Y \mid \nexists y \in Y : \ y \leq y^*\}$

$$\binom{2}{3} \leq \binom{5}{4}, \quad \binom{5}{4} \leq \binom{5}{7}, \quad \binom{3}{1} \ ? \ \binom{2}{5}$$

Исследование множества Парето



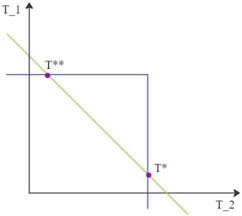


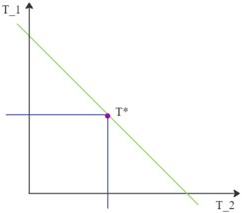
Единственная парето-оптимальная точка

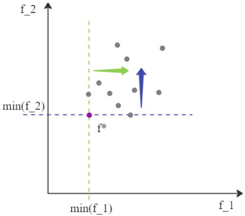
$$f_1 = \sum_{i \in M} T_i, \quad f_2 = \max_{i \in M} T_i$$

$$\mathbf{T}' = \{T(x),\ x \in \arg\min_{x \in X} f_1(T(x))\},$$
$$\mathbf{T}'' = \{T(x),\ x \in \arg\min_{x \in X} f_2(T(x))\}.$$

Если $\mathbf{T}' \cap \mathbf{T}'' \neq \emptyset$, то $|P(Y)| = 1$.





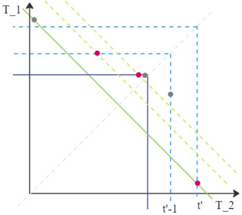


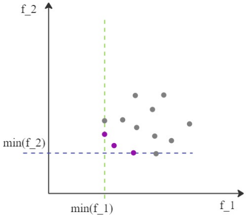
Общий случай

$f_1 = \sum_{i \in M} T_i, \quad f_2 = \max_{i \in M} T_i$

$$\mathbf{T}' = \{T(x),\ x \in \arg\min_{x \in X} f_1(T(x))\},$$
$$\mathbf{T}'' = \{T(x),\ x \in \arg\min_{x \in X} f_2(T(x))\}.$$

Если $\mathbf{T}' \cap \mathbf{T}'' = \emptyset$, то $|P(Y)| > 1$.



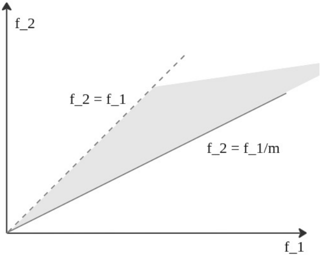


Утверждение

Мощность множества Парето $P(Y)$ задачи (1)–(6) имеет следующую оценку сверху $|P(Y)| \leq t' - \min_{x \in X} f_2 + 1$, $t' = \min\{\max_{i \in M} T_i \,|\, \forall T \in \mathbf{T}'\}$.

Область допустимых значений

$f_1 = \sum_{i \in M} T_i, \;\; f_2 = \max_{i \in M} T_i$



SEMO (Simple Evolutionary Multiobjective Optimizer)

1. Сгенерировать случайным образом решение π и положить $\Pi := \{\pi\}$, π – перестановка длины nm.
2. Пока не выполнен критерий остановки:
2.1. Выбрать случайным образом особь π из популяции Π.
2.2. Создать потомка, используя оператор мутации $\pi' := Mut(\pi)$.
2.3. Удалить доминируемые особи из популяции: $\Pi := \Pi \setminus \{z \in \Pi \mid f(\pi') \leq f(z)\}$.
2.4. Если $\nexists z \in \Pi$, такого что $f(z) \leq f(\pi')$, то $\Pi := \Pi \cup \{\pi'\}$.

Оператор мутации

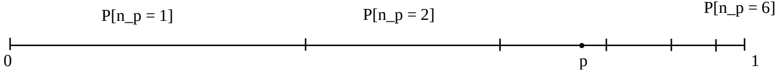
Мутация с тяжелыми хвостами на основе степенной функции

$n_p \sim pow(\beta, nm)$:

$$P[n_p = i] = \begin{cases} C_{\beta,u} i^{-\beta}, & \text{если } i \in [1 \dots nm], \\ 0 & \text{иначе}, \end{cases}$$

$C_{\beta,u} = (\sum_{j=1}^{nm} j^{-\beta})^{-1}$.

Случайно переставляем n_p элементов перестановки, начиная с некоторого случайного индекса.



n_p = 3, пусть r_index = 5.

4	1	3	2	6	5

Спасибо за внимание!