

## 23 Задача теплообмена в прямоугольной пластинке

**23.1.** Решите задачу теплообмена в прямоугольной пластинке:

$$\begin{cases} u_t = a^2(u_{xx} + u_{yy}) + A \sin \frac{3\pi x}{2p} \cos \frac{\pi y}{2s}, & 0 < x < p, \quad 0 < y < s, \quad t > 0, \\ u(0, y, t) = u_x(p, y, t) = 0, & 0 < y < s, \quad t > 0, \\ u_y(x, 0, t) = u(x, s, t) = 0, & 0 < x < p, \quad t > 0, \\ u(x, y, 0) = B \sin \frac{\pi x}{2p} \cos \frac{3\pi y}{2s}, & 0 < x < p, \quad 0 < y < s. \end{cases}$$

Ответ:  $u = B e^{-\frac{a^2\pi^2}{4}\left(\frac{1}{p^2} + \frac{9}{s^2}\right)t} \sin \frac{\pi x}{2p} \cos \frac{3\pi y}{2s} + \frac{4A}{a^2\pi^2\left(\frac{9}{p^2} + \frac{1}{s^2}\right)} \left[1 - e^{-\frac{a^2\pi^2}{4}\left(\frac{9}{p^2} + \frac{1}{s^2}\right)t}\right] \sin \frac{3\pi x}{2p} \cos \frac{\pi y}{2s}.$

Для самостоятельного решения

**23.2.** Решите задачу теплообмена в прямоугольной пластинке:

$$\begin{cases} u_t = a^2(u_{xx} + u_{yy}) + A \sin \frac{\pi x}{p} \sin \frac{\pi y}{2s}, & 0 < x < p, \quad 0 < y < s, \quad t > 0, \\ u(0, y, t) = u(p, y, t) = 0, & 0 < y < s, \quad t > 0, \\ u(x, 0, t) = u_y(x, s, t) = 0, & 0 < x < p, \quad t > 0, \\ u(x, y, 0) = 0, & 0 < x < p, \quad 0 < y < s. \end{cases}$$

Ответ:  $u = \frac{A}{a^2\pi^2\left(\frac{1}{p^2} + \frac{1}{4s^2}\right)} \left[1 - e^{-a^2\pi^2\left(\frac{1}{p^2} + \frac{1}{4s^2}\right)t}\right] \sin \frac{\pi x}{p} \sin \frac{\pi y}{2s}.$